Programa de teoría

AED I. Estructuras de Datos.

1. Abstracciones y especificaciones.

2. Conjuntos y diccionarios.
3. Representación de conjuntos mediante árboles.
4. Grafos.

AED II. Algorítmica.

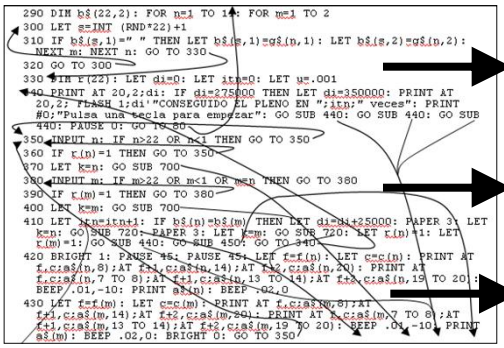
1. Análisis de algoritmos.
2. Divide y vencerás.
3. Algoritmos voraces.
4. Programación dinámica.
5. Backtracking.
6. Ramificación y poda.

AED I: ESTRUCTURAS DE DATOS

Tema 1. Abstracciones y Especificaciones.

1.1. Abstracciones, tipos y mecanismos.
1.2. Especificaciones informales.
1.3. Especificaciones formales.
  1.3.1. Método axiomático (o algebraico).
  1.3.2. Método constructivo (u operacional).

1.1. Abstracciones, tipos y mecanismos.



procedure ordenar(a: array; var b: array);

type persona;

class pila;

Abstraer: Eliminar lo irrelevante y quedarnos con lo realmente importante.

¿Qué es lo importante?

1.1. Abstracciones, tipos y mecanismos.

MECANISMOS DE ABSTRACCIÓN

Abstracción por especificación: Solo necesitamos conocer qué va a hacer el procedimiento y no cómo funciona. (Encapsulación y ocultación de implement.)

Abstracción por parametrización: Un algoritmo, un tipo, o una variable se definen en base a unos parámetros. (Genericidad)

1.1. Abstracciones, tipos y mecanismos.

TIPOS DE ABSTRACCIONES

- Abstracciones funcionales → Rutinas, funciones, procedimientos
- Abstracciones de datos → Tipos Abstractos de Datos (TAD)
- Abstracciones de iteradores → Iteradores

1.1. Abstracciones, tipos y mecanismos.

TIPO ABSTRACTO DE DATOS:
Dominio abstracto de valores junto con las operaciones aplicables sobre el mismo.

TIPO DE DATOS:
Conjunto de valores que puede tomar una variable, un parámetro o una expresión.

ESTRUCTURA DE DATOS:
Disposición en memoria de los datos necesarios para almacenar valores de un tipo.

1.1. Abstracciones, tipos y mecanismos.

Ejemplos

- **TAD**: Enteros
- **Tipo de datos**: Tipo **integer** de Pascal, o tipo **int** de C/C++
- **Estructura de datos**: Representación mediante enteros de 16 bits, 32 bits, listas de dígitos (enteros largos), etc.

1.1. Abstracciones, tipos y mecanismos

- La evolución de los lenguajes de programación tiende a introducir cada vez más abstracciones.

Lenguajes de bajo nivel	Lenguajes estructurados	Lenguajes orientados a objetos
(Basic, Fortran, Ensamblador, …)	(Pascal, C, Modula, ADA, …)	(Smalltalk, C++, Java, Eiffel, …)

1.1. Abstracciones, tipos y mecanismos

- La evolución de los lenguajes de programación tiende a introducir cada vez más abstracciones.
- Soporte de TAD:
  - **Lenguajes estructurados (tipos definidos por el usuario):** Los datos y las operaciones van aparte.
  - **Lenguajes orientados a objetos (clases):** Los datos y las operaciones constituyen una unidad, el concepto de clase.

1.1. Abstracciones, tipos y mecanismos.

C

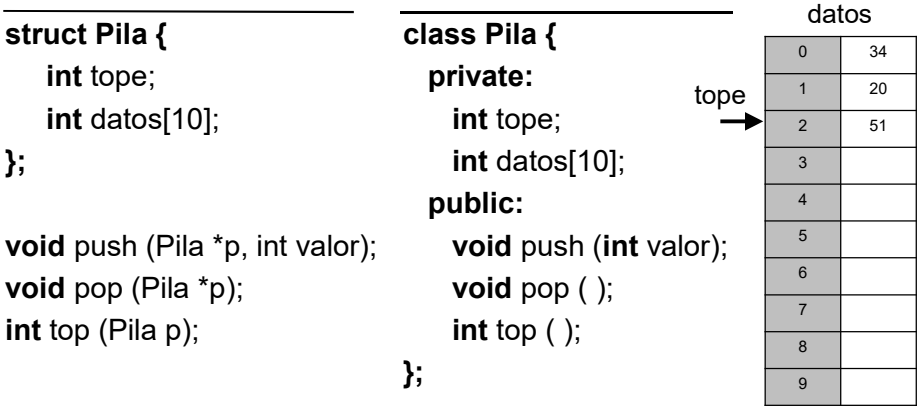
```
struct Pila {
    int tope;
    int datos[10];
};

void push (Pila *p, int valor);
void pop (Pila *p);
int top (Pila p);
```

C++

```
class Pila {
  private:
    int tope;
    int datos[10];
  public:
    void push (int valor);
    void pop ( );
    int top ( );
};
```

Pila



1.1. Abstracciones, tipos y mecanismos.

C

```
Pila p1, p2;
int i;

push(&p1, 34);
push(&p1, 20);
push(&p1, 51);
pop(&p1);
i= top(p1);
p1.tope= 243;
i= top(p1);
...
```

Error de ejecución: se sale del array datos

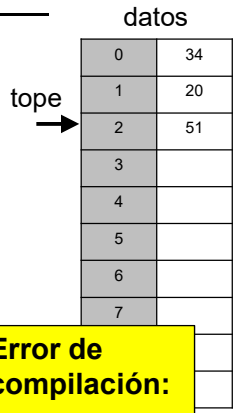
C++

```
Pila p1, p2;
int i;

p1.push(34);
p1.push(20);
p1.push(51);
p1.pop();
i= p1.top();
p1.tope= 243;
i= p1.top();
...
```

Error de compilación: tope es privado

Pila



1.1. Abstracciones, tipos y mecanismos.

Especificaciones: Tipos de notaciones

- Notaciones informales.
- Notaciones formales.
  - Algebraicas (o axiomáticas).
  - Operacionales (o constructivas).

1.2. Especificaciones informales.

1.2.1. Abstracciones funcionales.

Notación

Operación <nombre> (**ent** <id>: <tipo>; <id>: <tipo>, ..., **sal** <tipo>)

Requiere: Establece restricciones de uso.

Modifica: Identifica los datos de entrada que se modifican (si existe alguno).

Calcula: Descripción textual del comportamiento de la operación.

1.2. Especificaciones informales.

1.2.1. Abstracciones funcionales.

Ejemplo 1: Eliminar la repetición en los elementos de un array.

Operación QuitarDuplic (**ent** *a*: array [entero])
Modifica: *a*
Calcula: Quita los elementos repetidos de *a*. El límite inferior del array no varía, pero sí lo puede hacer el superior.

Ejemplo 2: Buscar un elemento en un array de enteros.

Operación Buscar (**ent** *a*: array [entero]; *x*: entero; **sal** *i*: entero)
Requiere: *a* debe estar ordenado de forma ascendente.
Calcula: Si *x* está en *a*, entonces *i* debe contener el valor del índice de *x* tal que *a[i]* = *x*. Si *x* no está en *a*, entonces *i* = *sup*+1, donde *sup* es el índice superior del array *a*.

1.2.1. Abstracciones funcionales.

Generalización: una operación está definida independientemente de cual sea el tipo de sus parámetros.

Ejemplo 3: Eliminar la repetición en los elementos de un array.

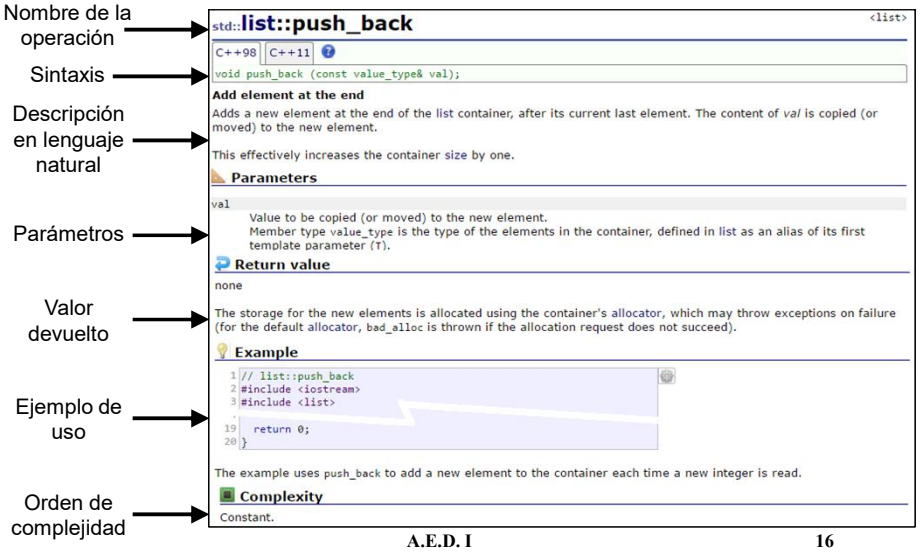
Operación QuitarDuplic [T: tipo](**ent** *a*: array [T])
Requiere: T debe tener una operación de comparación IgualQue(ent T, T; sal booleano).
Modifica: *a*
Calcula: Quita los elementos repetidos de *a*. El límite inferior del array no varía, pero sí lo puede hacer el superior.

Ejemplo 4: Buscar un elemento en un array de enteros.

Operación Buscar [T: tipo](**ent** *a*: array [T]; *x*: T; **sal** *i*: entero)
Requiere: T debe tener dos operación de comparación MenorQue(ent T, T; sal bool), Igual(ent T, T; sal bool).
a debe estar ordenado de forma ascendente.
Calcula: Si *x* está en *a*, entonces *i* debe contener ...

1.2.1. Abstracciones funcionales.

- Ejemplo de especificación informal de funciones:
  Especificación de las librerías STL de C++: **www.cplusplus.com**



1.2. Especificaciones informales.

1.2.2. Abstracciones de datos.

Notación

TAD <nombre_tipo> **es** <lista_operaciones>

Descripción

Descripción textual del tipo

Operaciones

Especificación informal de las operaciones de la lista anterior

Fin <nombre_tipo>.

1.2.2. Abstracciones de datos.

TAD CjtoEnteros **es** Vacío, Insertar, Suprimir, Miembro, EsVacío, Unión, Intersección, Cardinalidad

Descripción

Los CjtoEnteros son conjuntos matemáticos modificables, que almacenan valores enteros.

Operaciones

Operación Vacío (**sal** CjtoEnteros)

Calcula: Devuelve un conjunto de enteros vacío.

Operación Insertar (**ent** *c*: CjtoEnteros; *x*: entero)

Modifica: *c*.

Calcula: Añade *x* a los elementos de *c*. Después de la inserción, el nuevo conjunto es *c* U {*x*}.

…

Fin CjtoEnteros.

1.2.2. Abstracciones de datos.

TAD ListaEnteros **es** Crear, Insertar, Primero, Ultimo, Cabeza, Cola, EsVacío, Igual

Descripción

Las ListaEnteros son listas de enteros modificables. Las listas se crean con las operaciones Crear e Insertar…

Operaciones

Operación Crear (**sal** ListaEnteros)

Calcula: Devuelve una lista de enteros vacía.

Operación Insertar (**ent** *l*: ListaEnteros; *x*: entero)

Modifica: *l*.

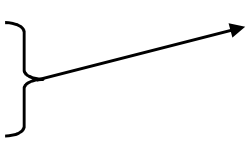
Calcula: Añade *x* a la lista *l* en la primera posición.

…

Fin ListaEnteros.

1.2.2. Abstracciones de datos.

- **Generalización (parametrización de tipo):** El tipo se define en función de otro tipo pasado como parámetro.
- Útil para definir tipos **contenedores** o **colecciones**. P. ej. Listas, pilas, colas, arrays, conjuntos, etc.
- En lugar de:
  ListaEnteros
  ListaCadenas
  ListaReales
  ….
- Tenemos:
  Lista[T]



- Instanciación: Lista[entero], Lista[cadena],…

1.2.2. Abstracciones de datos.

TAD Conjunto[T: tipo] **es** Vacío, Insertar, Suprimir, Miembro, EsVacío, Unión, Intersección, Cardinalidad

Descripción

Los Conjunto[T] son conjuntos matemáticos modificables, que almacenan valores de tipo T.

Operaciones

Operación Vacío (**sal** Conjunto[T])

...

Operación Insertar (**ent** *c*: Conjunto[T]; *x*: T)

…

Operación Suprimir (**ent** *c*: Conjunto[T]; *x*: T)

…

Operación Miembro (**ent** *c*: Conjunto[T]; *x*: T; **sal** booleano)

…

Fin Conjunto.

1.2.2. Abstracciones de datos.

TAD Lista[T] **es** Crear, Insertar, Primero, Ultimo, Cabeza, Cola, EsVacío, Igual

Descripción

Las Lista[T] son listas modificables de valores de tipo T. Las listas se crean con las operaciones Crear e Insertar...

Operaciones

Operación Crear (**sal** Lista[T])

…

Operación Insertar (**ent** *l*: Lista[T]; *x*: entero)

…

Operación Primero (**ent** *l*: Lista[T]; **sal** Lista[T])

…

Fin Lista.

1.2.2. Abstracciones de datos.

- En C++ es posible definir tipos parametrizados.
- Plantillas **template:**

```
template <class T>
  class Pila {
   private:
     int tope;
     int maxDatos;
     T *datos;
   public:
     Pila (int maximo);
     Push (T valor);
     T Pop ();
  };
```


1.2. Especificaciones informales.

1.2.3. Abstracciones de iteradores.

- **Ejemplo:** Sobre el TAD CjtoEnteros queremos añadir operaciones para calcular la suma, el producto, ...

  Operación suma_conj (**ent** *c*: CjtoEnteros; **sal** entero)
  Calcula: Devuelve la suma de los elementos de *c*.
  ....
  Operación producto_conj (**ent** *c*: CjtoEnteros; **sal** entero)
  ....
  Operación varianza_conj (**ent** *c*: CjtoEnteros; **sal** real)
  ....

1.2.3. Abstracciones de iteradores.

- Necesitamos abstracciones de la forma:

  para cada elemento *i* del conjunto *A*
  hacer acción sobre *i*

  para cada elemento *i* de la lista *L*
  hacer acción sobre *i*

  para cada *i* de la cola *C* **tal que** *P(i)*
  hacer acción sobre *i*

  D:= **Seleccionar** todos los *i* de *C* **tal que** *P(i)*

- Abstracción de **iteradores**: permiten definir un recorrido abstracto sobre los elementos de una colección.

1.2.3. Abstracciones de iteradores.

- La abstracción de iteradores no es soportada por los lenguajes de programación.
- **Posibles definiciones**:
  - Como una abstracción funcional:

Iterador ParaTodoHacer [T: tipo] (**ent** *C*: Conjunto[T]; *accion*: Operacion)

Requiere: *accion* debe ser una operación que recibe un parámetro de tipo T y no devuelve nada, *accion(ent T)*.

Calcula: Recorre todos los elementos *c* del conjunto *C*, aplicando sobre ellos la operación *accion(c)*.

1.2.3. Abstracciones de iteradores.

– Como una abstracción de datos:

TipoIterador IteradorPreorden [T: tipo] **es** Iniciar, Actual, Avanzar, EsUltimo

Descripción

Los valores de tipo IteradorPreorden[T] son iteradores definidos sobre árboles binarios de cualquier tipo T. Los elementos del árbol son devueltos en preorden. El iterador se debe inicializar con Iniciar.

Operaciones

Operación Iniciar (**ent** *A*: ArbolBinario[T]; **sal** IteradorPreorden)

Calcula: Devuelve un iterador nuevo, colocado sobre la raíz de *A*.

Operación Actual (**ent** *iter*: IteradorPreorden; **sal** T)

…

Fin IteradorPreorden.

1.2.3. Abstracciones de iteradores.

```
var
   A: ArbolBinario[T];
   i: IteradorPreorden[T];
begin
   ...
   i:= Iniciar(A);
   while Not EsUltimo(i) do begin
        Acción sobre Actual(i);
        i:= Avanzar(i);
   end;
   …
```

1.3. Especificaciones formales.

- Las especificaciones en lenguaje natural son ambiguas e imprecisas.
- **Especificaciones formales:** definen un TAD o una operación de manera precisa, utilizando un lenguaje matemático.
- Ventajas de una especificación formal:
  - **Prototipado**. Las especificaciones formales pueden llegar a ser ejecutables.
  - **Corrección del programa**. Verificación automática y formal de que el programa funciona correctamente.
  - **Reusabilidad**. Posibilidad de usar la especificación formal en distintos ámbitos.

1.3. Especificaciones formales.

Notación

La descripción formal constará de cuatro partes:

- **NOMBRE**. Nombre genérico del TAD.
- **CONJUNTOS**. Conjuntos de datos que intervienen en la definición.
- **SINTAXIS**. Signatura de las operaciones definidas.
- **SEMÁNTICA**. Indica el significado de las operaciones, cuál es su resultado.

1.3. Especificaciones formales.

- **Sintaxis**:
  <nombre_operación> : <conj_dominio> → <conj_resultado>

- Los distintas notaciones formales difieren en la forma de definir la semántica:
  - **Método axiomático o algebraico.** Se establece el significado de las operaciones a través de relaciones entre operaciones (*axiomas*). Significado implícito de las operaciones.
  - **Método constructivo u operacional.** Se define cada operación por sí misma, independientemente de las otras, basándose en un modelo subyacente. Significado explícito de las operaciones.

1.3.1. Método axiomático (o algebraico).

- La semántica de las operaciones se define a través de un conjunto de **axiomas**.
- Un axioma es una regla que establece la igualdad de dos expresiones:

  <Expresión 1> = <Expresión 2>

- Por ejemplo:

  Suma (dos, dos) = Producto (dos, dos)

  Tope (Push (x, pila)) = x

  OR (verdadero, b) = verdadero

1.3.1. Método axiomático (o algebraico).

- ¿Qué axiomas introducir en la semántica?
- Los axiomas deben ser los necesarios para satisfacer dos propiedades:
  - **Completitud**: Los axiomas deben ser los suficientes para poder deducir el significado de cualquier expresión.
  - **Corrección**: A partir de una expresión solo se puede obtener un resultado.

1.3.1. Método axiomático (o algebraico).

- **Ejemplo:** TAD Natural de los números naturales.

NOMBRE

Natural

CONJUNTOS

N	Conjunto de naturales
Bool	Conjunto de booleanos {true, false}

SINTAXIS

cero:		$\rightarrow$	N
sucesor:	N	$\rightarrow$	N
suma:	N x N	$\rightarrow$	N
esCero:	N	$\rightarrow$	Bool
esIgual:	N x N	$\rightarrow$	Bool

1.3.1. Método axiomático (o algebraico).

SEMANTICA

$\forall$ m, n $\in$ N

1. suma (cero, n) = n
2. suma (sucesor (m), n) = sucesor (suma (m, n))
3. esCero (cero) = true
4. esCero (sucesor (n)) = false
5. esIgual (cero, n) = esCero (n)
6. esIgual (sucesor (n), cero) = false
7. esIgual(sucesor(n), sucesor(m)) = esIgual(n, m)

1.3.1. Método axiomático (o algebraico).

- **Ejecución de una especificación algebraica:** aplicar sucesivamente las reglas de la semántica hasta que no se puedan aplicar más.

- **Ejemplo.** ¿Cuánto valen las siguientes expresiones?

a) suma (suma(sucesor(cero), cero), sucesor (cero))

b) esIgual (sucesor (sucesor (cero)), suma (suma (sucesor (cero), cero), sucesor (cero)))

1.3.1. Método axiomático (o algebraico).

- Supongamos un TAD, **T**.
- **Tipos de operaciones**:
  - **Constructores.** Conjunto mínimo de operaciones del TAD, a partir del cual se puede obtener cualquier valor del tipo **T**.

    $\underline{c1}: \rightarrow T$, $\underline{c2}: V \rightarrow T$, $\underline{c3}: V_1 x ... x V_n \rightarrow T$
  - **Modificación**. A partir de un valor del tipo obtienen otro valor del tipo **T**, y no son constructores.

    $\underline{m1}: T \rightarrow T$, $\underline{m2}: TxV \rightarrow T$, $\underline{m3}: V_1 x ... x V_n \rightarrow T$
  - **Consulta.** Devuelven un valor que no es del tipo **T**.

    $\underline{o1}: T \rightarrow V$, $\underline{o2}: TxV \rightarrow V'$, $\underline{o3}: V_1 x ... x V_n \rightarrow V_{n+1}$

1.3.1. Método axiomático (o algebraico).

- La ejecución de una expresión acaba al expresarla en función de los constructores.
- ¿Cómo garantizar que una especificación es completa y correcta?
- Definir los axiomas suficientes para relacionar las operaciones de modificación y consulta con los constructores.
- No incluir axiomas que se puedan deducir de otros existentes.

1.3.1. Método axiomático (o algebraico).

- **Ejemplo:** Especificación del TAD genérico pila.

NOMBRE

Pila [T]

CONJUNTOS

P Conjunto de pilas

T Conjunto de elementos que pueden ser almacenados

Bool Conjunto de booleanos {true, false}

SINTAXIS

pilaVacía: $\rightarrow$ P

esVacía: P $\rightarrow$ Bool

pop: P $\rightarrow$ P

tope: P $\rightarrow$ T

push: T x P $\rightarrow$ P

1.3.1. Método axiomático (o algebraico).

- En el caso de **tope: P $\rightarrow$ T**, ¿qué pasa si la pila está vacía?
- Se puede añadir un conjunto de mensajes en **CONJUNTOS**, de la forma:

M Conjunto de mensajes {“Error. La pila está vacía”}

- Y cambiar en la parte de **SINTAXIS** la operación **tope**:

tope: P $\rightarrow$ T U M

1.3.1. Método axiomático (o algebraico).

	pilaVacía	push (t, p)
esVacía ( )	esVacía(pilaVacía) =	esVacía(push(t, p)) =
pop ( )	pop(pilaVacía) =	pop(push(t, p)) =
tope ( )	tope(pilaVacía) =	tope(push(t, p)) =

1.3.1. Método axiomático (o algebraico).

SEMANTICA

$\forall$ t $\in$ T; $\forall$ p $\in$ P

1. esVacía (pilaVacía) = true
2. esVacía (push (t, p)) = false
3. pop (pilaVacía) = pilaVacía
4. pop (push (t, p)) = p
5. tope (pilaVacía) = “Error. La pila está vacía”
6. tope (push (t, p)) = t

1.3.1. Método axiomático (o algebraico).

- Calcular:

a) pop(push(3, push(2, pop(pilaVacía))))

b) tope(pop(push(1, push(2, pilaVacía))))

- Añadir una operación **esIgual** para comparar dos pilas.
- Modificar la operación **pop**, para que devuelva un error si la pila está vacía.
- ¿Cómo hacer que la operación **pop** devuelva el tope de la pila y al mismo tiempo lo saque de la pila?

1.3.1. Método axiomático (o algebraico).

- Para facilitar la escritura de la expresión del resultado en la semántica, se pueden emplear condicionales de la forma:
  SI <condición> ⇒ <valor si cierto> **|** <valor si falso>
- **Ejemplo:** Especificación algebraica del TAD bolsa.

NOMBRE
Bolsa[I]

CONJUNTOS

B	Conjunto de bolsas
I	Conjunto de elementos
Bool	Conjunto de booleanos {true, false}
N	Conjunto de naturales

SINTAXIS

bolsaVacía:		→	B
poner:	I x B	→	B
esVacía:	B	→	Bool
cuántos:	I x B	→	N

1.3.1. Método axiomático (o algebraico).

- Incluir una operación quitar, que saque un elemento dado de la bolsa.
- ¿Y si queremos que los saque todos?
- Incluir una operación esIgual, de comparación de bolsas.

1.3.1. Método axiomático (o algebraico).

Conclusiones:

- Las operaciones no se describen de manera explícita, sino **implícitamente** relacionando el resultado de unas con otras.
- La construcción de los axiomas se basa en un **razonamiento inductivo**.
- ¿Cómo se podría especificar, por ejemplo, un procedimiento de ordenación?

1.3.2. Método constructivo (operacional).

- Para cada operación, se establecen las precondiciones y las postcondiciones.
- **Precondición**: Relación que se debe cumplir con los datos de entrada para que la operación se pueda aplicar.
- **Postcondición**: Relaciones que se cumplen después de ejecutar la operación.

1.3.2. Método constructivo (operacional).

Notación

En la semántica, para cada operación <nombre>:

pre-<nombre>(<param_entrada>)::= <condición_lógica>

post-<nombre>(<param_entrada>;<param_salida>)::= <condición_lógica>

- **Ejemplo:** operación **máximo**, que tiene como entrada dos números reales y da como salida el mayor de los dos.

  máximo: R x R $\rightarrow$ R *(SINTAXIS)*

  pre-máximo(x, y) ::= true *(SEMANTICA)*

  post-máximo(x, y; r) ::= $(r \geq x) \wedge (r \geq y) \wedge (r=x \vee r=y)$

1.3.2. Método constructivo (operacional).

- **Ejemplo:** operación **máximo** sobre números reales, pero restringida a números positivos.

  máximop: R x R → R

  pre-máximop(x, y) ::= $(x \geq 0) \wedge (y \geq 0)$

  post-máximop(x, y; r) ::= $(r \geq x) \wedge (r \geq y) \wedge (r=x \vee r=y)$

- ¿Qué sucedería si *x* o *y* no son mayores que 0?
- No se cumple la precondición → No podemos asegurar que se cumpla la postcondición.

1.3.2. Método constructivo (operacional).

- **Implementación** en C++ de pre- y post-condiciones.

  máximop: R x R → R

  pre-máximop(x, y) ::= $(x \geq 0) \wedge (y \geq 0)$

  post-máximop(x, y; r) ::= $(r \geq x) \wedge (r \geq y) \wedge (r=x \vee r=y)$

```
double maximop (double x, double y)
{
  assert(x>=0 && y>=0); // Precondición
  double r;
  if (x>y) r= x; else r= y;
  assert(r>=x && r>=y && (r==x || r==y)); //Postcond
  return r;
}
```

1.3.2. Método constructivo (operacional).

- **Otra posibilidad:** Definir un conjunto **M** (de mensajes de error) y cambiar la imagen. Modificar la sintaxis y la semántica:

  máximop2: R x R → R U M

  pre-máximop2(x, y) ::= true

  post-máximop2(x, y; r) ::= SI $(x \geq 0) \wedge (y \geq 0)$

  $\Rightarrow (r \geq x) \wedge (r \geq y) \wedge (r=x \vee r=y)$

  | r = “Fuera de rango”

- ¿Cuál es la mejor opción?

1.3.2. Método constructivo (operacional).

- ¿Cuál es la mejor solución?
- **La especificación como un contrato**.
- **Contrato de una operación:**
  Si se cumplen unas condiciones en los parámetros de entrada, entonces garantiza una obtención correcta del resultado.

1.3.2. Método constructivo (operacional).

- Dos puntos de vista del contrato (especificación):
  - **Implementador. Obligación:** Cumplir la postcondición.
    Derechos: Sabe que se cumple la precondición.
  - **Usuario. Obligación:** Cumplir la precondición.
    Derechos: Sabe que se cumple la postcondición.

- **Idea**:
  - La operación no trata todos los casos de error, sino que hace uso de las precondiciones.
  - La responsabilidad de comprobar la precondición es del que usa la operación.

1.3.2. Método constructivo (operacional).

- ¿Cómo se pueden definir las pre/post-condiciones cuando el TAD es más complejo? Por ejemplo, para TAD colecciones.
- Necesitamos un **modelo subyacente**, en el cual se base la definición del TAD.
- No siempre se encuentra uno adecuado...

- **Ejemplo:** Para definir el TAD **Pila[I]**, definiremos el TAD **Lista[I]** por el método axiomático, y luego lo usaremos para definir el TAD pila con el método constructivo.

1.3.2. Método constructivo (operacional).

NOMBRE

Lista[I]

CONJUNTOS

L	Conjunto de listas
I	Conjunto de elementos
B	Conjunto de booleanos {true, false}
N	Conjunto de naturales
M	Conjunto de mensajes {“La lista está vacía”}

SINTAXIS

crearLista:		$\rightarrow$	L
formarLista:	I	$\rightarrow$	L
concatenar:	L x L	$\rightarrow$	L
último:	L	$\rightarrow$	I U M
cabecera:	L	$\rightarrow$	L
primero:	L	$\rightarrow$	I U M
cola:	L	$\rightarrow$	L
longitud:	L	$\rightarrow$	N
esListaVacía:	L	$\rightarrow$	B

1.3.2. Método constructivo (operacional).

SEMANTICA

$\forall$ i $\in$ I; $\forall$ a,b $\in$ L

1. último (crearLista) = “La lista está vacía”
2. último (formarLista (i)) = i
3. último (concatenar (a, b)) = SI esListaVacía (b) $\Rightarrow$ último (a) | último (b)
4. cabecera (crearLista) = crearLista
5. cabecera (formarLista (i)) = crearLista
6. cabecera (concatenar (a, b)) = SI esListaVacía (b) $\Rightarrow$ cabecera (a) | concatenar (a, cabecera (b))
7. primero (crearLista) = “La lista está vacía”
8. primero (formarLista (i)) = i
9. primero (concatenar (a, b)) = SI esListaVacía (a) $\Rightarrow$ primero (b) | primero (a)

1.3.2. Método constructivo (operacional).

10. cola (crearLista) = crearLista
11. cola (formarLista (i)) = crearLista
12. cola (concatenar (a, b)) = SI esListaVacía (a) ⇒
    cola (b) | concatenar (cola (a), b)
13. longitud (crearLista) = cero
14. longitud (formarLista (i)) = sucesor (cero)
15. longitud (concatenar (a, b)) = suma (longitud (a), longitud (b))
16. esListaVacía (crearLista) = true
17. esListavacía (formarLista (i)) = false
18. esListaVacía (concatenar (a, b)) = esListaVacía (a) AND esListaVacía(b)

***Aserto invariante*:** siempre que aparezca un mensaje a la entrada de una operación, la salida será el mismo mensaje.

1.3.2. Método constructivo (operacional).

- Seguimos el ejemplo y aplicamos el método constructivo a la definición de **Pila[I]**, teniendo como modelo subyacente el tipo **Lista[I]**.

NOMBRE

Pila[I]

CONJUNTOS

S Conjunto de pilas
I Conjunto de elementos
B Conjunto de valores booleanos {true, false}
M Conjunto de mensajes {"La pila está vacía"}

SINTAXIS

crearPila:		→	S
tope:	S	→	I U M
pop:	S	→	S U M
push:	I x S	→	S
esVacíaPila:	S	→	B

1.3.2. Método constructivo (operacional).

SEMANTICA

$\forall i \in I; \forall s \in S; b \in B; r \in S; t \in I \cup M; p \in S \cup M$

1. pre-crearPila () ::= true
2. post-crearPila (s) ::= s = crearLista
3. pre-tope (s) ::= true
4. post-tope (s; t) ::= SI esListaVacía (s)
   $\Rightarrow$ t = "La pila está vacía"
   | t = primero (s)
5. pre-pop (s) ::= true
6. post-pop (s; p) ::= SI esListaVacía (s)
   $\Rightarrow$ p = "La pila está vacía"
   | p = cola (s)
7. pre-push (i, s) ::= true
8. post-push (i, s; r) ::= r = concatenar (formarLista (i), s)
9. pre-esVacíaPila (s) ::= true
10. post-esVacíaPila (s; b) ::= b = esListaVacía (s)

¿¡Y qué pasa con los contratos!?

1.3.2. Método constructivo (operacional).

NOMBRE

Pila[I]

CONJUNTOS

S Conjunto de pilas
I Conjunto de elementos
B Conjunto de valores booleanos {true, false}

SINTAXIS

crearPila:		$\rightarrow$	S
tope:	S	$\rightarrow$	I
pop:	S	$\rightarrow$	S
push:	I x S	$\rightarrow$	S
esVacíaPila:	S	$\rightarrow$	B

1.3.2. Método constructivo (operacional).

SEMANTICA

$\forall$ i, t$\in$I; $\forall$ s, r, p$\in$S; $\forall$ b$\in$B

1. pre-crearPila () ::= true
2. post-crearPila (s) ::= s = crearLista
3. pre-tope (s) ::= NOT esListaVacía (s)
4. post-tope (s; t) ::= t = primero (s)
5. pre-pop (s) ::= NOT esListaVacía (s)
6. post-pop (s; p) ::= p = cola (s)
7. pre-push (i, s) ::= true
8. post-push (i, s; r) ::= r = concatenar (formarLista (i), s)
9. pre-esVacíaPila (s) ::= true
10. post-esVacíaPila (s; b) ::= b = esListaVacía (s)

1.3.2. Método constructivo (operacional).

- Seguimos el ejemplo y aplicamos el método constructivo a la definición de **Cola[I]**, teniendo como modelo subyacente el tipo **Lista[I]**.

NOMBRE

Cola[I]

CONJUNTOS

C Conjunto de colas
I Conjunto de elementos
B Conjunto de valores booleanos {true, false}
M Conjunto de mensajes {“La cola está vacía”}

SINTAXIS

crearCola:		$\rightarrow$	C
frente:	C	$\rightarrow$	I U M
inserta:	C	$\rightarrow$	C U M
resto:	I x C	$\rightarrow$	C
esVacíaCola:	C	$\rightarrow$	B

1.3.2. Método constructivo (operacional).

- **Ejecución de la especificación:** comprobar precondiciones y postcondiciones de todas las operaciones de la expresión.

- **Ejemplos**: Pila[Natural]
  a) tope (push (4, pop (push (2, crearPila))))

  b) esVacíaPila (push (2, pop (crearPila)))

1.3.2. Método constructivo (operacional).

Conclusiones:

- La especificación constructiva está limitada por la necesidad de **modelos subyacentes**.
- **No confundir** especificación con implementación.
- Las especificaciones **algebraicas** son más potentes: usan el razonamiento inductivo.
- Pero las especificaciones **constructivas** son más fáciles de incluir en los programas (p.ej., mediante asertos).